



عناصر إجابة أولمبياد الرياضيات، لمستوى الثالثة ثانوي إعدادي
- فرض المرحلة الثانية - فبراير 2019 -

(تخصص 1 للعناية بورقة التحرير)

<p>تمرين 1: (4 نقط)</p> <p>(1) بعد النشر والتبسيط، نحصل على $(x^2 + 3x + 1)^2 = x^4 + 6x^3 + 11x^2 + 6x + 1$، لكل x عدد حقيقي.</p> <p>(2) لدينا $n(n+1)(n+2)(n+3) + 1 = (n^2 + 3n + 1)^2$ مربع كامل لكل n عدد صحيح طبيعي.</p>	<p>2 ن</p> <p>2 ن</p>
<p>تمرين 2: (5 نقط)</p> <p>(1) لدينا $p - q = (a - d)(c - b)$ إذن: $p < q$.</p> <p>(2) طريقة 1: بمقارنة المربعين، نحصل على: $\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{x+y}}{2}\right)^2 = -\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{4}$</p> <p>طريقة 2: بحساب الفرق واستعمال المرافق، نحصل على: $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{2} - \sqrt{\frac{x+y}{2}} = -\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{2(\sqrt{x} + \sqrt{y} + 2\sqrt{2(x+y)})}$</p>	<p>2 ن</p> <p>3 ن</p>
<p>تمرين 3: (5 نقط)</p> <p>(1) المستقيم (DE) هو مماس (AB) بالنسبة للنقطة I. ومنه $(DE) \parallel (AB)$.</p> <p>إذن (DE) و (DC) متوازيان، وبما أنهما يشتركان في D فهما منطبقان ...</p> <p>(2) باستعمال $AB = ED$ (حفاظ التماثل المركزي على المسافة) والمعطى $BC = CE$، نحصل على: $BC = AB + DC$.</p> <p>CEB مثلث متساوي الساقين في الرأس C، و I منتصف قاعدته $[BE]$، إذن (CI) هو واسط القطعة $[BE]$.</p> <p>ومنه: $\hat{CIB} = 90^\circ$</p>	<p>2 ن</p> <p>2 ن</p> <p>1 ن</p>
<p>التمرين 4: (5 نقط)</p> <p>(1) لدينا التساوي (علاقة مترية في المثلث القائم الزاوية ABC). ويمكن البرهنة على ذلك، مثلاً، بحساب مساحة ABC بطريقتين.</p> <p>(2) يكفي مقارنة مربعي الطرفين (طرفان موجبان).</p> <p>$(AB + AC)^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \times AC$ $= BC^2 + 2AB \times AC$ $= BC^2 + 2BC \times AH$ $\leq BC^2 + 2BC \times AH + AH^2 (= (BC + AH)^2)$</p> <p>ومنه: $AB + AC \leq BC + AH$</p>	<p>2 ن</p> <p>3 ن</p>